

Lista 1: Cálculo em várias variáveis reais

A. Ramos *

March 26, 2019

Abstract

Lista em constante atualização.

1. Vetores, geometria do espaço;
2. Superfícies, coordenadas esféricas e cilíndricas.

1 Exercícios

Faça do livro texto ¹, os seguintes exercícios.

1.1 Vetores, geometria do espaço, superfícies, coordenadas cilíndricas e esféricas

1. Capítulo 12.1: 7, 12, 19, 29, 31, 34, 36, 41, 42;
2. Capítulo 12.2: 27, 29, 36, 37, 44;
3. Capítulo 12.3: 19, 41, 52, 53;
4. Capítulo 12.4: 9, 10, 11, 31, 33, 38;
5. Capítulo 12.5: Exemplo 3, Exemplo 7, 5, 13, 30, 35, 41, 45, 54, 60, 69, 74;
6. Capítulo 12.6: Exemplo 5, Exemplo 6, Exemplo 8, 19, 21, 42, 44, 48;
7. Capítulo 12.7: Exemplo 3, Exemplo 7, 9, 13, 35, 41, 55, 65;
8. Problemas quentes: 1, 5.

1.2 Exercícios adicionais

1. Seja K o sólido limitado por o plano $\mathcal{P} : x - y + 4 = 0$, por o cilindro $x^2 + z^2 = 4$ e o plano XZ. Encontre uma parametrização da parte do plano dentro do cilindro.
Rpta $\vec{r} : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definido por $\vec{r}(x, z) = (x, x + 4, z)$ onde $D = \{(x, z) : x^2 + z^2 \leq 4\}$.
2. Seja K o sólido limitado por o cone $y = 2\sqrt{x^2 + z^2}$ e o plano $x + y = 3$. Encontre uma parametrização da parte do plano dentro do cone.
Rpta $\vec{r} : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definido por $\vec{r}(x, z) = (x, 3 - z, z)$ onde $D = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{3} + \frac{(z+1)^2}{4} \leq 9, z \geq 1\}$.
3. Considere K o sólido limitado por o parabolóide $y = x^2 + z^2$, e o plano $y = 4$. Escreva o sólido em coordenadas cilíndricas . *Rpta* $K = \{(r, \theta, y) : r^2 \leq y \leq 4, 0 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$.
4. Considere K o sólido limitado por o cilindro $S_1 : x^2 + y^2 - 2x - 2y = -1$, o parabolóide $S_2 : x^2 + y^2 + 2z = 8$, e o plano $z = 0$. Escreva o sólido em coordenadas cilíndricas .
Rpta $K = \{(r, \theta, z) : 0 \leq z \leq 3 - r(\cos \theta + \sin \theta) - r^2/2, 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$.

*Department of Mathematics, Federal University of Paraná, PR, Brazil. Email: albertoramos@ufpr.br.

¹Livro texto: Cálculo. Volume II. *J. Stewart*, 5 edição.

5. Considere K o sólido limitado por a esfera $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 2z$, e por cima do parabolóide $S_2 : x^2 + y^2 = z$, e o plano $z = 0$. Escreva o sólido em coordenadas esféricas.

Rpta O sólido K está formado por duas partes, assim temos que

$$K = \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq 2 \cos \phi, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\} \cup \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq \frac{\cos \phi}{\sin^2 \phi}, \frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}.$$

6. Considere K o sólido limitado por as esferas $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $S_2 : x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. Escreva o sólido em coordenadas esféricas.

Rpta O sólido K está formado por duas partes, assim temos que

$$K = \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq 2, 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{3}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\} \cup \{(\rho, \theta, \phi) : 0 \leq \rho \leq 4, \frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}.$$